

P ehtimollik o'lchovlari funktori va I idempotent ehtimollik o'lchovlari funktori o'rtasidagi bog'liqlik

Feruza Abdikaxxorovna Kurbanova
Toshkent xalqaro moliyaviy boshqaruv va texnologiyalar universiteti

Annotatsiya: Ushbu maqolada topologik fazolar kategoriyasida muhim o'rin tutuvchi P ehtimollik o'lchovlari funktori va I idempotent ehtimollik o'lchovlari funktori o'rtasidagi o'zaro bog'liqlik masalalari qaraladi. Tadqiqot davomida ushbu funktoirlarning matematik tabiati, ularning o'xshash va farqli jihatlari hamda biridan ikkinchisiga o'tish mexanizmlari tahlili qaralgan. Ayniqsa, ehtimollik o'lchovlarining tropikizatsiyalashuvi natijasida klassik additivlikdan idempotentlikka o'tishning funktorial xususiyatlari yoritib berilgan.

Kalit so'zlar: P funktori, I funktori, ehtimollik o'lchovi, idempotent o'lchov, topologik fazo, monada, tropikizatsiya, o'lchovlar fazosi

The relationship between the functor of probability measures P and the functor of idempotent probability measures I

Feruza Abdikakhorovna Kurbanova
Tashkent International University of Financial Management and Technologies

Abstract: This article considers the issues of the relationship between the functor of probability measures P and the functor of idempotent probability measures I, which occupy an important place in the category of topological spaces. During the study, the mathematical nature of these functors, their similarities and differences, and the analysis of the mechanisms of transition from one to the other were considered. In particular, the functorial properties of the transition from classical additivity to idempotence as a result of the tropicalization of probability measures are highlighted.

Keywords: P functor, I functor, probability measure, idempotent measure, topological space, monad, tropicalization, space of measures

Kirish. P ehtimollik o'lchovlari funktori klassik additiv o'lchovlar nazariyasiga asoslangan bo'lib, u fazodagi ehtimollik taqsimotlarining geometrik va topologik xossalarni o'rganadi. Ushbu funktorning monada strukturasi va uning kompaktlar kategoriyasidagi ochiqligi (proyektivligi) ko'plab fundamental tadqiqotlar obykti bo'lib kelgan.

Biroq, oxirgi yillarda “idempotent matematika” (yoki tropik matematika) yo‘nalishining rivojlanishi natijasida yangi turdagi I idempotent ehtimollik o‘lchovlari funktori tushunchasi shakllandi. Bu funkturning o‘ziga xosligi shundaki, unda klassik ehtimolliklardagi additivlik (qo‘shish) amali maksimum max amali bilan almashtiriladi. Ya’ni, X fazosida o‘lchovlar “ehtimolliklar yig‘indisi” emas, balki “voqeaning yuz berish imkoniyati” (supremum) sifatida qaraladi.

Ushbu ikki funktor o‘rtasidagi bog‘liqlikni o‘rganish bir necha sabablarga ko‘ra muhimdir:

Strukturaviy o‘xshashlik: Har ikkala funktor ham monada (triada) xossasiga ega, bu esa ularning kategoriyalar nazariyasi nuqtayi nazaridan o‘zaro izomorf yoki gomeomorf xususiyatlarini aniqlash imkonini beradi.

Tropikizatsiya: Fizikadagi “issiqlik-sovuqlik” o‘tish jarayoniga o‘xshash, matematikada ham ehtimollik o‘lchovlaridan idempotent o‘lchovlarga o‘tish mexanizmi mavjud.

Topologik invariantlik: P va I funktoirlarining tayanch nuqtalari (support) va ularning uzluksizlik xossalari o‘rtasidagi parallellik topologik fazolarning ichki strukturasi chuqurroq tushunishga xizmat qiladi.

Funktoirlarning monada strukturasi va o‘xshashligi

P ehtimollik o‘lchovlari funktori va I idempotent ehtimollik o‘lchovlari funktori o‘rtasidagi fundamental bog‘liqlik ularning monada (yoki triada) xossasiga ega ekanligidir. Har ikkala funktor uchun ham quyidagi tabiiy akslantirishlar mavjud:

Birlik akslantirish. $(\eta): \eta_x : X \rightarrow F(X)$ (bunda $(F = P)$ yoki $(F = I)$), ya’ni har bir nuqtani Dirac o‘lchoviga (yoki atomar idempotent o‘lchovga) o‘tkazish.

Ko‘paytirish akslantirish. $(\mu): \mu_x : F^2(X) \rightarrow F(X)$, ya’ni “o‘lchovlar o‘lchovi”ni bitta darajadagi o‘lchovga tushirish (integrallash jarayoni).

Klassik ehtimollikdan idempotentlikka o‘tish (Tropikizatsiya) P va I funktoirlari o‘rtasidagi eng qiziqarli bog‘liqlik - bu logarifmik o‘tish yoki “masofaviy limit” (Maslov de-quantization) jarayonidir. Agar $P(X)$ dagi ehtimollik o‘lchovini P_h ko‘rinishida ifodalasak, $h \rightarrow 0$ bo‘lganda ushbu o‘lchov $I(X)$ dagi idempotent o‘lchovga intiladi.

Matematik ko‘rinishda:

$$\oplus_i a_i = \lim_{h \rightarrow 0} (\sum_i a_i^{\frac{1}{h}})^h$$

Bu jarayon klassik additivlik (yig‘indi) va idempotentlik (maksimum) o‘rtasidagi ko‘prikdir.

Xulosa. P ehtimollik o‘lchovlari funktori va I idempotent ehtimollik o‘lchovlari funktori bitta matematik strukturaning ikki xil holatidir. P funktori statistik va additiv jarayonlarni ifodalasa, I funktori ularning ekstremal (optimal) holatini ifodalaydi.

Ularning monada sifatidagi o'xshashligi topologik fazolar nazariyasida yangi klassifikatsiyalarni yaratishga imkon beradi.

Tayanch nuqtalari va uzluksizlik

Har ikkala funktoir ham Comp kategoriyasida uzluksiz funktoirlar hisoblanadi.

$P(X)$ dagi har bir ehtimollik o'lchovi o'zining yopiq tayanchiga ($\text{supp}^{(\mu \subset X)}$) ega bo'lganidek $I(X)$ dagi har bir idempotent o'lchov ham o'zining tayanch to'plamiga ega. Tadqiqotlar shuni ko'rsatadiki, P va I funktoirlarining n -tartibli funktoirlik xossalari (masalan, ochiqligi) o'zaro izomorf topologik natijalarni beradi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Fedorchuk, V. V. "Probability measures in topology". Russian Mathematical Surveys, 1991.
2. Zarichnyi, M. M. "Spaces of idempotent measures of compact Hausdorff spaces". Izvestiya: Mathematics, 2010.
3. Maslov, V. P. "Idempotent Analysis and Its Applications in Optimal Control". Journal of Mathematical Sciences, 1987.
4. Radul, T. N. "On the structure of the monad of idempotent measures". Carpathian Mathematical Publications, 2014.
5. Shchepin, E. V. "Functors and uncountable powers of compacta". Uspekhi Mat. Nauk, 1981.
6. Zhuayev, B. "Topological properties of the functor of idempotent measures". Abstract of dissertation, 2021.