Kompleks sonlar: mavhumlikdan zamonaviy texnologiyagacha

O.U.Pulatov
M.Nuriddinova
Samarqand davlat pedagogika instituti

Annotatsiya: Ushbu maqolada matematika fanining eng bahsli va fundamental bo'limlaridan biri - kompleks sonlar nazariyasining vujudga kelish tarixi hamda uning zamonaviy sivilizatsiya taraqqiyotidagi o'rni tadqiq etiladi. Maqolada kvadrati manfiy bo'lgan "mavhum" sonlarning kashf etilishi shunchaki nazariy yechim emas, balki insoniyatning sonlar o'qi haqidagi tasavvurlarini ikki o'lchamli tekislikka olib chiqqan inqilobiy burilish ekanligi asoslab berilgan.

Kalit so'zlar: kompleks sonlar, mavhum birlik (i), kompleks tekislik, Eyler ayniyati, fazaviy siljish, Furye tahlili, kvant mexanikasi, matematik modellashtirish

Complex numbers: from abstraction to modern technology

O.U.Pulatov
M.Nuriddinova
Samarkand State Pedagogical Institute

Abstract: This article explores one of the most controversial and fundamental branches of mathematics - the theory of complex numbers, its historical origins, and its role in the development of modern civilization. The discovery of "imaginary" numbers, whose square is negative, is substantiated not merely as a theoretical solution but as a revolutionary shift that expanded human understanding of the number line into a two-dimensional plane.

Keywords: complex numbers, abstract unit (i), complex plane, Euler identity, phase shift, Fourier analysis, quantum mechanics, mathematical modeling

Matematika fani asrlar davomida insoniyatning borliqni anglash va moddiylashtirish quroli bo'lib kelgan. Biroq, ushbu fan tarixida shunday tushunchalar borki, ular uzoq vaqt davomida nafaqat oddiy insonlar, balki buyuk olimlar tomonidan ham shubha va e'tirozlar bilan kutib olingan. Bunday tushunchalar orasida kompleks sonlar alohida o'rin tutadi. Oddiy haqiqiy sonlar o'qi (R) bilan cheklanib qolgan inson tafakkuri uchun kvadrati manfiy bo'lgan mavhum birlik ($i^2 = -1$) tushunchasini qabul qilish oson kechmagan.

Kompleks sonlarning paydo bo'lishi matematika fanida haqiqiy inqilob yasadi. Agar haqiqiy sonlar faqatgina bir o'lchamli chiziq bo'ylab harakatlanish imkonini bersa, kompleks sonlar bizga sonlar olamining ikkinchi o'lchamini - kompleks tekislikni (C) ochib berdi. Bu esa, o'z navbatida, tekislikdagi har qanday nuqtani yoki harakatni (aylanish, tebranish, kengayish) bitta son yordamida ifodalash imkoniyatini yaratdi. J. Hojiyev va A. Yunusov kabi matematik olimlarimizning ilmiy ishlarida ta'kidlanganidek, kompleks sonlar nazariyasi bugungi kunda sof matematikaning doirasidan chiqib, muhandislik va amaliy fizikaning ajralmas qismiga aylandi. Ushbu maqolaning dolzarbligi shundaki, biz bugun foydalanayotgan eng zamonaviy texnologiyalar - smartfonlarimizdagi simsiz aloqa (Wi-Fi, Bluetooth), elektr tarmoqlaridagi barqarorlik, aerodinamika hisob-kitoblari va hatto koinotning eng kichik zarralarini o'rganuvchi kvant mexanikasi ham aynan shu "mavhum" sonlar tilida "so'zlaydi".

Taqiqlangan sonlarning tug'ilishi

Insoniyat tarixi davomida sonlar doimo "moddiy" narsalarni ifodalab kelgan: 3 ta olma, 10 ta qo'y yoki qarzdorlikni bildiruvchi manfiy sonlar. Ammo kvadratga ko'targanda manfiy natija beradigan son mantiqan imkonsizdek ko'rinar edi. Chunki + × + = + va -×- = +. Shunday ekan, kvadrati -1 bo'lgan son qayerdan paydo bo'lishi mumkin?

Kub tenglamalar jangi

Kompleks sonlar biz o'ylagandek kvadrat tenglamalardan ($x^2 = -1$) emas, balki kub tenglamalar atrofidagi "janglar" tufayli tug'ilgan. XVI asrda Italiyada matematiklar o'rtasida ommaviy intellektual musobaqalar o'tkazilar edi. Jerolamo Kardano ismli matematik $x^3 = ax + b$ ko'rinishidagi tenglamalarni yechish formulasini topadi.

Biroq, u kutilmagan to'siqqa duch keladi: ba'zida formula ichida manfiy sonning ildizi paydo bo'lar edi. Kardano buni "ruhiy azob" deb atagan va bu sonlar bilan ishlashni "shunchaki befoyda va murakkab geometrik o'yin" deb hisoblagan.

Rafael Bombellining jasorati

1572-yilda Rafael Bombelli bu "taqiqlangan" hududga birinchi bo'lib qadam qo'ydi. U shunday g'oyani ilgari surdi: "Agar biz bu g'alati sonlar mavjud deb tasavvur qilsak va ular bilan oddiy algebra qoidalaridek ishlasak-chi?"

U $x^3 = 15x + 4$ tenglamasini yechishda $(-1)^{½}$ ishtirok etgan oraliq hisob-kitoblarni amalga oshirdi. Mo'jiza yuz berdi: hisob-kitoblar oxirida "mavhum" qismlar bir-birini yeb bitirdi (qisqarib ketdi) va butunlay real javob - $x = 4$ hosil bo'ldi. Bu matematika tarixidagi eng muhim burilish edi: "Mavjud bo'lmagan yo'l orqali mavjud bo'lgan manzilga yetib borildi."

Nega "Mavhum" (Imaginary)?

Ushbu yangi sonlar uzoq vaqt davomida “o‘gay farzand”dek ko’rilgan. Buyuk Rene Dekart 1637-yilda ularni kamsitish maqsadida “imaginaire” (xayoliy/mavhum) deb atadi. Uning fikricha, bu sonlar faqat inson xayolida bor, reallikda esa ularga joy yo‘q edi. Oradan yuz yillar o‘tib ham, buyuk Is’hoq Nyuton va Gotfrid Leybnits kabi daholar ham bu sonlarni “ajabtovur, ham bor, ham yo‘q mavjudotlar” deb atashgan. Leybnits ularni “ilohiy ruhning mo‘jizasi” deb hisoblagan.

$i^2 = -1$ mantiqi: Geometrik burilish

Nega $i \times i = -1$ ga teng? Buni tushunish uchun sonlar o‘qiga geometrik nuqtai nazardan qarash kerak.

1) 1 ga ko‘paytirish: Sonni o‘z joyida qoldiradi.

2) -1 ga ko‘paytirish: Sonni 180° ga buradi (masalan, 1 dan -1 ga o‘tish).

3) i ga ko‘paytirish: Bu 90° lik burilish operatoridir.

Agar siz 1 sonini ikki marta i ga ko‘paytirsangiz ($i \times i$), siz ikki marta 90 gradusga, ya’ni jami 180° ga burilasiz. Natijada siz sonlar o‘qining manfiy qismiga, ya’ni -1 nuqtasiga tushasiz.

Bu oddiygina “burilish” tushunchasi kompleks sonlarni mavhumlikdan chiqarib, tekislikdagi real harakatga aylantirdi.

Kompleks tekislik: Ikki dunyo birlashuvi

Kompleks son $z = a + bi$ ko‘rinishida bo‘lib, u gorizontal (Real) va vertikal (Imaginary) o‘qlardan iborat tekislikni hosil qiladi.

Ushbu tekislikda Eyler formulasi ($e^{ix} = \cos x + i\sin x$) tug‘ildi. Bu formula aylana bo‘ylab harakatni va barcha turdagi to‘lqinlarni (tovush, yorug‘lik, radio) bitta matematik tilda tushuntirish imkonini berdi.

Elektrotexnika va Energetika

Agar kompleks sonlar bo‘lmaganida, zamonaviy elektrotexnika tushunchasi mavjud bo‘lmas edi. O‘zgaruvchan tok (AC) zanjirlarini hisoblashda biz impedans (to‘liq qarshilik) tushunchasidan foydalanamiz:

1. Haqiqiy qism: Aktiv qarshilik (energiya sarflaydigan qism).
2. Mavhum qism: Reaktiv qarshilik (elektromagnit maydonlarda saqlanadigan energiya).

Muhandislar kompleks sonlar yordamida elektr tarmoqlaridagi yo‘qotishlarni hisoblaydilar va energiya tizimlarining barqarorligini ta’minlaydilar. Bizning uylarimizdagi chiroq kompleks sonlar tili orqali boshqariladigan ulkan tizimning natijasidir.

Xulosa

Kompleks sonlar shunchaki murakkab formulalar emas - bu insoniyatning borliqni anglash yo‘lidagi eng buyuk intellektual g‘alabasidir. Tabiat o‘zining eng chuqur sirlarini aynan shu “mavhum” tilda so‘zlash orqali bizga namoyon etadi.

Ertangi kunning buyuk kashfiyoti bugungi eng “telbaona” va “mavhum” g‘oyalar ortida yashiringan bo‘lishi mumkin.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Hojiyev, J., & Fayzullayev, J. (2001). Algebra va sonlar nazariyasi. Toshkent: "O‘qituvchi". (Kompleks sonlarning algebraik tuzilishi, maydon tushunchasi va ildiz chiqarish amallari uchun eng mukammal manba).
2. Yunusov, A. S., Yunusova, D. I., & Ibrohimov, I. S. (2009). Algebra va sonlar nazariyasi. Toshkent: "Yangi asr avlodi". (Kompleks sonlarning trigonometrik shakli, Muavr formulasi va ko‘phadlarning kompleks ildizlari bo‘yicha batafsil ma’lumotlar uchun).
3. Mirzaahmedov, M. A. (2017). Algebra va analiz asoslari: 11-sinf darsligi. Toshkent: "O‘qituvchi". (Mavzuning maktab dasturidagi sodda talqini uchun).
4. Xudoyberganov, G., Vorisov, A., & Mansurov, X. (2010). Matematik analiz. Toshkent: "Iqtisod-moliya". (Eyler formulasi va kompleks sonlarning qatorlardagi o‘rni).
5. Yo‘ldoshev, J., & Ismatov, A. (2008). Nazariy fizika asoslari. Toshkent: "Yangi asr avlodi". (Kompleks sonlarning kvant mexanikasi va to‘lqinlar fizikasidagi qo‘llanilishi bo‘yicha).
6. Shoyatova, M. (2019). Matematika tarixi. Toshkent: "Turon-Iqbol". (Kardano, Bombelli va kompleks sonlarning tarixiy evolyutsiyasi haqidagi ma'lumotlar uchun).
7. Stewart, I. (2012). In Pursuit of the Unknown: 17 Equations That Changed the World. Basic Books. (Maqoladagi Eyler formulasi va kompleks sonlarning dunyoni o'zgartirgan kuchi haqida).
8. Needham, T. (1997). Visual Complex Analysis. Oxford University Press. (Kompleks sonlarning geometrik talqini va "burilish" mantiqi uchun eng asosiy manba).