

Takrorli o‘rin almashtirishlar

O.Pulatov

M.Xalilova

Samarqand davlat pedagogika instituti

Annotatsiya: Ushbu maqolada kombinatorikaning muhim bo‘limlaridan biri bo‘lgan takrorli o‘rin almashtirishlar tushunchasi, ularning matematik ifodalanishi va hisoblash usullari yoritilgan. Maqola davomida elementlari takrorlanadigan to‘plamlar ustida amallar bajarishning o‘ziga xos xususiyatlari tahlil qilinadi. Shuningdek, nazariy bilimlarni mustahkamlash uchun kundalik hayot va axborot texnologiyalari sohasiga oid amaliy misollar keltirilgan. Materialdan oliy ta‘lim muassasalari talabalari va matematika yo‘nalishidagi tadqiqotchilar foydalanishlari mumkin.

Kalit so‘zlar: kombinatorika, o‘rin almashtirish, takrorli o‘rin almashtirish, to‘plam, elementlar tarkibi, faktorial, formulalar, amaliy masalalar, ehtimollar nazariyasi

Repeated permutations

O.Pulatov

M.Khalilova

Samarkand State Pedagogical Institute

Abstract: This article discusses the concept of repeated permutations, one of the important sections of combinatorics, their mathematical representation and calculation methods. The article analyzes the specific features of performing operations on sets with repeated elements. Also, practical examples from everyday life and information technology are given to consolidate theoretical knowledge. The material can be used by students of higher educational institutions and researchers in mathematics.

Keywords: combinatorics, permutation, repeated permutation, set, composition of elements, factorial, formulas, practical problems, probability theory

Jami $k = 3$ ta a_1, a_2, a_3 elementdan $P_k = P_3 = 3! = 6$ ta o‘rin almashtirish ekanligini bilamiz: $(a_1, a_2, a_3), (a_1, a_3, a_2), (a_2, a_1, a_3), (a_2, a_3, a_1), (a_3, a_1, a_2), (a_3, a_2, a_1)$, Bu uchtaliklarda har bir element faqat bir martadan qatnashmoqda; $k_1=k_2=k_3=1$. Endi shu elementlardan $(a_1, a_1, a_1, a_2, a_2, a_3)$ $(a_1, a_1, a_1, a_2, a_2, a_3)$ otiliklardan tuzilgan bo‘lsin. Bular ham elementlarning tartibi bilangina farq qiluvchi o‘rin almashtirishlardan iborat. Lekin bu holda a_1 , element $k_1=3$ marta, a_2 element $k_2=1$ marta, a_3 element $k_3=2$

marta takrorlanmoqda va $k=k_1+k_2+k_3=6$ O'rin almashtirishlarni yozish yana davom ettirish mumkin. Ularning sonini $P(k_1, k_2, k_3)$ yani $P(3, 1, 2)$ orqali belgilaylik. Bunda $(3, 1, 2)$ yozuv oltiliklari tarkibidagi a_1 element 3 marta, a_2 element 1 marta, a_3 element 2 marta takrorlanishini ko'rsatadi. $P(3, 1, 2)$ takror o'rin almashtirishlar sonin toppish talab qilinsin.

Tarif: Takror o'rin almashtirishlar deb, tarkibi a_1 harfi k_1 marta, ..., a_m , harfi k_m marta qatnashuvchi $k=k_1+k_2+k_3+...+k_m$ uzunlikdagi har qanday k talikka aytiladi. Takror o'rin almashtirishlar sonin $P(k_1, k_2, k_3, ..., k_m)$ orqali belgilanadi.¹

$P(3, 1, 2)$ sonin topihning yo'llaridan biri o'sha oltitaliklarning hammasinin tuzush va sanash. Lekin, a_j komponentlar soni va k_j takrorlanioshlar ko'p bo'lsa, buyo'l noqulaydir. Umuman, $P(k_1, k_2, k_3, ..., k_m)$ ni hisoblash uchun formula kerak bo'ladi. k talik tartibidagi k_1 ta o'ringa a_1 harfini $C_k^{k_1}$ usul bilan o'rin almashtirish orqali yozish mumkin. U holda $k-k_1$ ta o'ringa a_2 ni $C_{k-k_1}^{k_2}$ usul bilan o'rin almashtirishlar yoziladi. Shu kabi a_3 ni, $C_{k-k_1-k_2}^{k_3}$ usul bilan o'rin almashtirishlart yozish mumkin.

Jami o'rin almashtirishlar sonini ko'paytirish qoidasiga muvofiq,

$$P(k_1, k_2, \dots, k_m) = C_k^{k_1} * C_{k-k_1}^{k_2} * \dots * C_{k-k_1-\dots-k_{m-1}}^{k_m}$$

ta bo'ladi. Topilgan munosabatlarni soddalashtiraylik. Shu maqsadda

$$C_k^j = \frac{k!}{j!(k-j)!}$$

formulalardan foydalanamiz. Natjada

$$P(k_1, k_2, \dots, k_m) = \frac{k!}{k!(k-k_1)!} * \frac{(k-k_1)!}{k_2!(k-k_1-k_2)!} \dots \frac{(k-k_1-\dots-k_{m-1})!}{k_m!(k-k_1-\dots-k_m)!}$$

bunda

$$(k - k_1 - \dots - k_m)! = 1!$$

yoki qisqartirishdan so'ng

$$P(k_1, k_2, \dots, k_m) = \frac{k!}{k_1!k_2!\dots k_m!} \quad (1)$$

bunda

$$k = k_1 + k_2 + \dots + k_m$$

Takror o'rin almashtirishlar (1) formulaning $k_1=k_2=k_3=...=k_m=1$ bo'lgan xususiy holdir.

1. Misol 30 ta detalni 5 ta har xil qutuga necha xil usul bilan joylashtirish mumkin.

Yechish. Masalaning shartiga ko'ra $k=30$ $k_1=k_2=k_3=...=k_5=6$ $m=5$ (213) formula bo'yicha usullar soni:

¹ О Пулатов, Ш Хамитов - Science and Education, 2025, Элементы комбинаторики и их роль в теории вероятностей

$$P(6, 6, 6, 6, 6) = \frac{30!}{6!6!6!6!6!}$$

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Asliddin Abdullayev. Kombinatorika testlar to'plami, 2020.
2. Алимов Ш.О., Колягин Ю.М., Сидоров Ю.В., Федорова Н.Е., Шабунин М.И. Алгебра, 8-синф учун дарслик, Т. Ўқитувчи, 1996 й. 300 бет.
3. В.Е. Гмурман. Эҳтимоллар назарияси ва математик статистикадан масалалар ечишга доир қўлланма .Т. Ўқитувчи , 1980 й. 365 бет.
4. Sh. A. Alimov, O. R. Holmuhammedov, M. A. Mirzahmedov. Umumiy o'rta ta'lim maktablarining 7- sinfi uchun darslik, 2018 yil, 240 b.
5. Berdiyev B.R. Matematika o'qitish metodikasi (I va II kitob). — Qarshi: "Fan va ta'lim", 2021.
6. To'rayev X. Kombinatorika va graflar nazariyasi. — Toshkent: JDPU (qayta nashr/elektron versiya), 2020.
7. Matematika (10-sinf darsligi). — Toshkent: Maktabgacha va maktab ta'limi vazirligi, 2021-2024 (Kombinatorika elementlari bo'limi).
8. О Пулатов, Ш Хамитов - Science and Education, 2025, Элементы комбинаторики и их роль в теории вероятностей.