Ko'phadlarning ildizi, Bezu teoremasi va Garner sxemasi

O.U.Pulatov
G.N.Normurodova
Samarqand davlat pedagogika instituti

Annotatsiya: Ushbu maqolada ko'phadlar nazariyasining fundamental qismlari hisoblangan Bezu teoremasi va Gorner sxemasi o'rganiladi. Tadqiqotning asosiy maqsadi ko'phad ildizlarini topish va ko'phadni chiziqli ko'paytuvchilarga ajratishda turli usullarning samaradorligini tahlil qilishdir. Maqolada bitta matematik misol keltirilgan bo'lib, u 5 xil usul (an'anaviy bo'lish, Bezu teoremasi, Gorner sxemasi, guruhlash va aniqlanmagan koeffitsiyentlar usuli) orqali batafsil yechib ko'rsatilgan. Bu esa talaba va o'quvchilarga algoritmlarning o'zaro bog'liqligini chuqur anglash imkonini beradi.

Kalit so'zlar: ko'phad, ildiz, Bezu teoremasi, Gorner sxemasi, qoldiqli bo'lish, koeffitsiyent, algoritm, chiziqli ko'paytuvchi, algebraik tenglama

Roots of polynomials, Bezu's theorem and Garner's scheme

O.U.Pulatov
G.N.Normurodova
Samarkand State Pedagogical Institute

Abstract: This article studies Bezu's theorem and Gorner's scheme, which are considered fundamental parts of the theory of polynomials. The main purpose of the research is to analyze the effectiveness of various methods for finding the roots of a polynomial and dividing a polynomial into linear factors. The article presents one mathematical example, which is solved in detail using 5 different methods (traditional division, Bezu's theorem, Gorner's scheme, grouping and the method of undetermined coefficients). This allows students and pupils to deeply understand the interrelation of algorithms.

Keywords: polynomial, root, Bezu's theorem, Gorner's scheme, division with a residue, coefficient, algorithm, linear factor, algebraic equation

Kirish

Algebra kursida ko'phadlar nazariyasi markaziy o'rinlardan birini egallaydi. Ayniqsa, yuqori darajali algebraik tenglamalarni yechish va murakkab ifodalarni soddalashtirishda ko'phadning ildizlarini topish ko'nikmasi juda muhimdir. Fransuz matematigi Etyen Bezu tomonidan asos solingan teorema koʻphadni $(x - a)$ koʻrinishidagi ikki hadga boʻlishda qoldiqni topishning eng qisqa yoʻlini koʻrsatib berdi.

Biroq, amaliyotda faqat qoldiqni emas, balki boʻlinmani (toʻliqsiz boʻlinma) topish hamtalab etiladi. Bu jarayonni soddalashtirish va hisoblash vaqtini tejash maqsadida Uilyam Jorj Gorner tomonidan taklif etilgansxema (Gorner sxemasi) bugungi kunda ham hisoblash matematikasining ajralmas qismi hisoblanadi.

Ushbu maqolaning dolzarbligi shundaki, bitta masalani turli yondashuvlar orqali yechish oʻquvchining mantiqiy fikrlash doirasini kengaytiradi va matematik modellarni tanlashda mosuvchanlikni shakllantiradi. Quyida biz koʻphad ildizlarini aniqlashga doir misolni tahlil qilamiz.

P(x)=x4-x3-8x2-3x+9 koʻphadni x+1 ga boʻlgandagi qoldiqni toping.

1-usul; Bezu teoremasi: P(x) koʻphadni (x-a) ga boʻlgandagi qoldiq P(a) ga teng.

Isboti: Qoldiqli boʻlish formulasidan P(x)=(x-a)Q(x)+r

Bu yerda r qoldiq x ga bogʻliq emas, ya'ni nolinchi darajali koʻphad x=a da
P(a)=(a-a0)Q(a)+r r=P(a) kelib chiqadi.

Misol: x4-x3-8x2-3x+9

x+1=0 x=-1 boʻuvchisini 0 ga tenglab P(x) koʻphadga olib borib quyamiz.

P(-1)=(-1)4-(-1)3-8(-1)2-3(-1)+9

P(-1)=1+1-8+3+9=6

P(-1)=6

Javob: qoldiq 6 ga teng

2-usul; Burchak usulida boʻlish:

x4-x3-8x2-3x+9 |x+1

-x4+x3   x3-2x2-6x+3

-2x3-8x2

-2x3-2x2

6x2-3x

6x2-6x

3x+9

3x+3

6

Javob: qoldiq 6 ga teng.

3-usul; Gorner sxemasi: Qoldiqli boʻlish formulasidan.

P(x)=(x-a)Q(x)+r deg(P(x))=n, deg(Q(x))=n-1

r-nolinchi darajali koʻphad.

P(x)=a0xn+a1xn-1+a2xn-2+…+an-1x+an

Q(x)=b0xn-1+b1xn-2+…+bn-2x+bn-1

a0xn+a1xn-1+a2xn-2+…+an-1x+an=

(x-a)(b0xn-1b1xn-2+…+bn-2x+bn-1)+r

O‘ng tomonini qavisini ochib, ayniyat xossasidan foydalanamiz.

a0=b0	b0=a0
a1=b1-ab0	b1=a1+ab0
a2=b2-ab1	b2=a2+ab1
…………….	………………..
an-1=bn-1-abn-2	bn-1=an-1+abn-2
a_n=r-ab_{n-1}	r=a_n+ab_{n-1}

	a_0	a_1	a_2	…	a_{n-1}	a_n
x=a	b_0	$a_1+ab_0=b_1$	$a_2+ab_1=b_n$	…	$a_{n-1}+ab_{n-2}=b_{n-1}$	$a_n+ab_{n-1}=r$

Misol: P(x)=x4-x3-8x2-3x+9 x+1 x=-1 bo‘luvchisini 0 ga tenglab olamiz.

Koefsentlari: 1, -1, -8, -3, 9.

	1	-1	-8	-3	9
-1	1	1(-1)+(-1)=-2	-2(-1)+(-8)=-6	-6(-1)+(-3)=3	3(-1)+9=6

Javob: r=f(-1)=6 ga teng bo‘ladi.

4-usul; Chiziqli algoritim: chiziqli algoritimlarning eng sodda va oddiy ko‘rinishi hisoblanib. Unda bajariladigan amallar ham buyruqlar ham qanday tartibda berilgan bo‘lsa shunday tartibda ketma-ket bajariladi, ya’ni hech qanday shart tekshirilmasdan chiziqli algoritimlar buyruqlar ketma-ket tartibda bajariladi. Chiziqli algoritimlarni quyidagi ko‘rinishda ifodalash mumkin.

a) So‘z bilan ifodalanishi

b) Blok sxema algoritimi ko‘rinishida bo‘ladi.

So‘z bilan ifodalanishi :

1. Boshlash;
2. x+1=0 x=-1 deb olinsin;
3. P(x)=x4-x3-8x2-3x+9 o‘rniga qo‘yib hisoblash;
4. P ni chiqarish P(6);
5. Tugatish.

5-usul: Blok sxema algoritimi ko‘rinishida.

6-usul; Python dasturlash tili: bu o‘rganishga oson va shu bilan birga imkoniyatlari yuqori bo‘lgan oz sonlik zamonaviy dasturlash tillari qatoriga kiradi.

Python yuqori darajadagi ma’lumotlar strukturasi va oddiy lekin samarador

Obektga yo‘naltirilgan dasturlash usularini taqdim etadi.

Misol: P(x)=x4-x3-8x2-3x+9 x+1 ga bo‘lgandagi qoldiqni topish algoritimini tuzish.

1. from math import*
2. n=int(input(‘n=’))
3. a=int(inpit(‘a=’))

4. b=int(input(‘b=’))
5. c=int(intput(‘c=’))
6. d=int(input(‘c=’))
7. e=int(input(‘e=’))
8. x=int(input(‘x=’))

r=(a*(x**n)+b*(x**(n-1))+c*(x**(n-2))+d*(x**(n-3))+e)

print (‘r=’, r)

Run tugmasini bosganimizda

N ga kuphadning eng yuqori darajasi ya’ni deg=4 ni kiritamiz.

a, b, c, d, e, larga ko‘phad koefsentlarini kirtib olamiz.

x+1 bo‘luvchini 0 ga tenglab x ni o‘rniga -1 quyib hisoblaymiz.

Ko‘rinishi;

n=4

a=1

b=-1

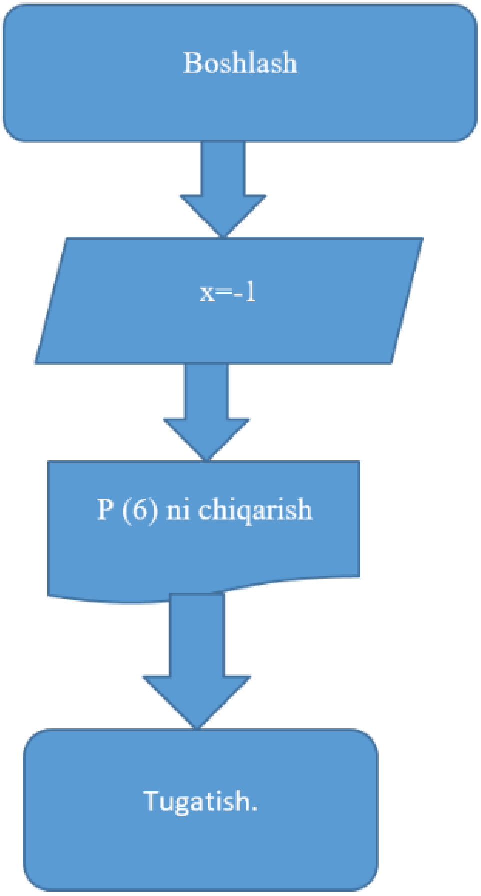
c=-8

d=-3

e=9

x=-1

r=6 ya’ni qoldiq 6 ga teng.



Foydalanilgan adabiyotlar

1. Azamov A.A, Haydarov B.Q. *Matematika: Akademik litseylar uchun darslik*. Toshkent, "O'qituvchi", 2021.

2. Abduhamidov A.U., Nasimov B.A. *Algebra va analiz asoslari*. Toshkent, "Istiqlol", 2018.

3. Kurosh A.G. *Oliy algebra kursi* (rus tilidan tarjima). Toshkent, "O'qituvchi", 1995.

4. Hall, H.S., Knight, S.R. *Higher Algebra*. Macmillan and Co., London (Reprint edition).

5. Vilenkin N.Y. *Algebra i matematicheskiy analiz*. 11-sinf uchun darslik. Moskva, "Prosvesheniye", 2017.