

Kramer usuli yordamida chiziqli tenglamalar sistemasini yechish va unga oid misollar

O.U.Pulatov

N.Z.Toshtemirova

Samarqand davlat pedagogika instituti

Annotatsiya: Ushbu maqolada chiziqli tenglamalar sistemasini yechishni Kramer usuli yoritilgan. Xususan uch noma'lumli tenglamalar sistemasi orqali tushuntiriladi.

Kalit so'zlar: Kramer usuli, chiziqli tenglama, sistema, tenglamalar sistemasi

Solving a system of linear equations using Cramer's method and related examples

O.U.Pulatov

N.Z.Toshtemirova

Samarkand State Pedagogical Institute

Abstract: This article discusses Cramer's method for solving a system of linear equations. Specifally, it is explained through a system of equations with three unknowns.

Keywords: Cramer's rule, linear equation, system, system of equations

Chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning Kramer qoidasi. Uchta x , y va z noma'lumli chiziqli tenglamalardan iborat ushbu

$$\begin{cases} a_{11}x + a_{12}y + a_{13}z = b_1 \\ a_{21}x + a_{22}y + a_{23}z = b_2 \\ a_{31}x + a_{32}y + a_{33}z = b_3 \end{cases}$$

Sistema uch noma'lumli chiziqli tenglamalar sistemasi deyiladi.

$a_{11}; a_{12}; \dots a_{nn}$ – noma'lumlar oldidagi koeffitsiyentlar

x, y, z – noma'lumlar

$b_1; b_2; b_3$ – ozod hadlar

Uch noma'lumli chiziqli tenglamalar yechish uchun dastlab bosh asosiy determinant

$$\Delta = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix}$$

topiladi.

$\Delta \neq 0$ bo'lsin va bundan keyin yordamchi determinantlar hisoblanadi. (Asosiy determinantning ustun elementlari mos ravishda ozod hadlar bilan almashtiriladi).

Determinantning birorta ustunidagi hamma elementlarini boshqa ustunning algebraik to'ldiruvchilariga ko'paytmalari yig'indisi nolga teng.

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} b_1 & a_{12} & a_{13} \\ b_2 & a_{22} & a_{23} \\ b_3 & a_{32} & a_{33} \end{vmatrix} \quad \Delta_y = \begin{vmatrix} a_{11} & b_1 & a_{13} \\ a_{21} & b_2 & a_{23} \\ a_{31} & b_3 & a_{33} \end{vmatrix} \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} a_{11} & a_{12} & b_1 \\ a_{21} & a_{22} & b_2 \\ a_{31} & a_{32} & b_3 \end{vmatrix}$$

Noma'lumlar quyidagicha formulalar yordamida topiladi.

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta}$$

(Ta'rif): Agar bosh determinant nolga teng bo'lsa va yordamchi determinantlar ham nolga teng bolsa chiziqli tenglamalar sistemasi cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi.

1-misol: Endi ushbu ta'rifga ko'ra misol ishlab ko'ramiz va tahlil qilamiz.

$$\begin{cases} x + 2y - z = 3 \\ 2x + 4y - 2z = 6 \\ 3x + 6y - 3z = 9 \end{cases}$$

Bosh determinantni hisoblaymiz.

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 4 & -2 \\ 3 & 6 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

Δ_x ni hisoblash uchun birinchi ustun elementlarini mos ravishda ozod hadlar bilan almashtirmiz:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 2 & -1 \\ 6 & 4 & -2 \\ 9 & 6 & -3 \end{vmatrix} = 0$$

Va shu tariqa Δ_y va Δ_z larni ham hisoblaymiz.

$$\Delta_y = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & 6 & -2 \\ 3 & 9 & -3 \end{vmatrix} = 0 \quad \Delta_z = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 6 \\ 3 & 6 & 9 \end{vmatrix} = 0$$

Tahlil va xulosa:

Yuqorida hisob - kitoblardan ko'rinib turibdiki:

$$\Delta = 0; \Delta_x = 0; \Delta_y = 0; \Delta_z = 0$$

Bu sistema cheksiz ko'p yechimga ega ekanligini anglatadi.

Uch noma'lumli chiziqli tenglamalar sistemasi yechimga ega bo'lmagan vaziyatda quyidagi shartlar bajariladi:

1. Asosiy determinant $\Delta = 0$
2. Kamida bitta koeffitsient determinant $(\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z) \neq 0$
3. Tenglamalar bir - biriga zid bo'lishi (qarama - qarshi shartlar)

2-misol: Yechimga ega bo'lmagan holatni ko'rib chiqamiz.

$$\begin{cases} x + y + z = 3 \\ 2x + 2y + 2z = 7 \\ x + y + 2z = 4 \end{cases}$$

Asosiy determinantni hisoblaymiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & 2 & 2 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = 0$$

Δ_x ni hisoblaymiz birinchi ustun elementlarini mos ravishda ozod hadlar bilan almashtiramiz:

$$\Delta_x = \begin{vmatrix} 3 & 1 & 1 \\ 7 & 2 & 2 \\ 4 & 1 & 2 \end{vmatrix} = -1 \neq 0$$

Shuning uchun bu sistema yechimga ega emas.

Endi yagona yechimga ega bo'lgan vaziyatni ko'rib chiqamiz:

$$\begin{cases} x + y + z = 6 \\ 2x - y + z = 3 \\ x + 2y + 3z = 14 \end{cases}$$

Asosiy determinantni hisoblaymiz:

$$\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 2 & -1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \end{vmatrix} = -5$$

Kramer uchun $\Delta_x, \Delta_y, \Delta_z$ larni hisoblaymiz:

$$\Delta_x = -5 \quad \Delta_y = -10 \quad \Delta_z = -15$$

Shu bilan Kramer formulasi bo'yicha:

$$x = \frac{\Delta_x}{\Delta} = \frac{-5}{-5} = 1 \quad y = \frac{\Delta_y}{\Delta} = \frac{-10}{-5} = 2 \quad z = \frac{\Delta_z}{\Delta} = \frac{-15}{-5} = 3$$

Demak yagona yechim: $(x, y, z) = (1, 2, 3)$

Demak, Kramer usuli determinantni noldan farqli bo'lgan n ta noma'lumli n ta tenglamadan iborat chiziqli chiziqli tenglamalar sistemasini yechimini topish imkonini beradi.

Sistema determinanti nolga teng bo'lgan hollarda Kramer usulini qo'llab bo'lmaydi. Chunki bu holatda tenglamalar sistemasi yoki yechimga ega emas yoki cheksiz ko'p yechimga ega bo'ladi.

Xulosa:

Kramer usuli - bu noma'lumlar soni va tenglamalar soni teng bo'lgan chiziqli tenglamalar sistemalarini yechishga qaratilgan aniq va sodda metod. Usulning asosiy jihati determinantlar hisobiga sistemaning yechimini topishdir.

Asosiy qadamlar:

1. Asosiy determinant (Δ)ni hisoblash - sistema koeffitsientlaridan tuzilgan determinant.

2. Har bir noma'lum uchun almashtirilgan determinantlar ($\Delta_1, \Delta_2, \dots, \Delta_n$) ni hisoblash - mos ustunni o'ng tomondagi sonlar bilan almashtirish.

3. Noma'lumlarni topish - formulalar orqali: $x_i = \frac{\Delta_i}{\Delta}$

Afzalliklari:

Aniqlik - formulalar asosida yechimni topish.

Tizimlilik - har bir noma'lumni alohida hisoblash imkoniyati.

Geometrik talqin - determinantlar orqali sistemaning yagona yechimga ega ekanligini tekshirish.

Cheklovlari:

Faqat kvadrat sistemalar uchun qo'llaniladi (*noma'lumlar soni = tenglamalar soni*).

$\Delta \neq 0$ shartiga bog'liqlik - aks holda usul qo'llanilmaydi.

Katta tartibli determinantlarni hisoblash qiyin.

Amaliy ahamiyati:

Kramer usuli nazariy matematika, fizika, muhandislik va iqtisodiyotda keng qo'llaniladi. Uning yordamida:

Kichik sistemalarni tez yechish mumkin

Sistemaning yagona yechimga ega ekanligini tekshirish oson

Noma'lumlarni qiymatlarini aniq ifodalash mumkin

Xulosa qilib aytganda, Kramer usuli chiziqli tenglamalar sistemasini yechishning eng aniq va tizimli usullaridan biri bo'lib, matematik tahlillarda muhim o'rin tutadi.

Foydalanilgan adabiyotlar

1. Sh.A.Ayubov, B.J.Turaev – "Chiziqli algebra va analitik geometriya"
2. Axmedov L., Xolmatov A. – "Oliy matematika" 1- qism
3. Azlarov T., Mansurov X., Matematik analiz, T.: "O'qituvchi". 1t: 1994y