

# Принципы геометрического моделирования музыкального контраста: от идеи к композиционной практике

Жавохир Набижонович Тожибоев  
Бухарский международный университет

**Аннотация:** Данная статья исследует возможности применения геометрических моделей для анализа и создания музыкального контраста в композиционной практике. Рассматриваются теоретические основы геометрического подхода к пониманию музыкальных противопоставлений, анализируются различные типы пространственных моделей и их проекция на временную организацию музыки. Особое внимание уделяется практическим методам применения геометрических принципов в работе с контрастом, включая векторные модели, топологические структуры, фрактальные алгоритмы и многомерные пространственные концепции. Исследование демонстрирует, как математические и визуальные аналогии могут служить инструментом для систематизации, анализа и генерации контрастных отношений в музыкальной композиции.

**Ключевые слова:** геометрическое моделирование, музыкальный контраст, пространственные модели, векторный анализ, топология музыки, композиционные алгоритмы, многомерные структуры, визуализация контраста, математическая композиция

## Principles of Geometric Modeling of Musical Contrast: From Concept to Compositional Practice

Zhavokhir Nabizhonovich Tozhiboev  
Bukhara International University

**Abstract:** This article explores the potential of using geometric models to analyze and create musical contrast in compositional practice. The theoretical foundations of a geometric approach to understanding musical contrasts are examined, along with various types of spatial models and their projection onto the temporal organization of music. Particular attention is given to practical methods for applying geometric principles to working with contrast, including vector models, topological structures, fractal algorithms, and multidimensional spatial concepts. The study demonstrates how

mathematical and visual analogies can serve as a tool for systematizing, analyzing, and generating contrasting relationships in musical composition.

**Keywords:** geometric modeling, musical contrast, spatial models, vector analysis, musical topology, compositional algorithms, multidimensional structures, contrast visualization, mathematical composition

Введение. Контраст является одним из фундаментальных принципов музыкальной выразительности, определяющим драматургическое развитие и формальную организацию произведений всех эпох и стилей. Традиционные подходы к анализу и созданию контрастных отношений часто опираются на интуитивные представления и эмпирические наблюдения, что может ограничивать возможности систематического изучения и практического применения контрастных техник.

Геометрическое моделирование предлагает альтернативный подход к пониманию музыкального контраста, основанный на пространственных аналогиях и математических моделях. Этот подход позволяет формализовать интуитивные представления о противопоставлениях в музыке, создать систематические методы анализа контрастных отношений и разработать новые композиционные техники.

Исторически связь между геометрией и музыкой восходит к пифагорейской традиции, где числовые соотношения рассматривались как основа гармонии. В современную эпоху развитие математических методов, компьютерных технологий и междисциплинарных подходов создало новые возможности для применения геометрических принципов в музыкальном анализе и композиции.

Данное исследование представляет систематический подход к геометрическому моделированию музыкального контраста, охватывающий теоретические основы, практические методы и композиционные применения этого подхода.

Теоретические основы геометрического подхода

Пространственные метафоры в музыке

Музыкальная теория традиционно использует пространственные метафоры для описания временных процессов.

Высотное пространство: Понятие “высоты” звука создает одномерную геометрическую модель, где звуки располагаются на вертикальной оси. Интервалы между звуками могут рассматриваться как расстояния в этом пространстве, а мелодическое движение - как траектория в высотном пространстве.

Гармоническое пространство: Аккорды и созвучия могут моделироваться как точки в многомерном пространстве, где каждое измерение соответствует

определенной высоте. Гармонические прогрессии образуют траектории в этом пространстве, а модуляции - переходы между различными областями.

**Тембровое пространство:** Тембральные характеристики звука могут быть представлены в многомерном пространстве спектральных параметров. Различные инструменты и способы звукоизвлечения занимают различные области этого пространства.

**Ритмическое пространство:** Ритмические паттерны могут быть представлены как геометрические фигуры, где временные интервалы соответствуют пространственным расстояниям.

#### Математические основы контраста

Контраст в геометрической модели может быть определен через понятие расстояния в соответствующем пространстве.

**Евклидово расстояние:** Простейшая мера контраста основана на евклидовом расстоянии между точками в многомерном пространстве параметров. Чем больше расстояние между двумя музыкальными событиями, тем сильнее контраст между ними.

**Манхэттенское расстояние:** Альтернативная метрика, где расстояние вычисляется как сумма абсолютных разностей по каждому измерению. Эта метрика может быть более подходящей для дискретных музыкальных параметров.

**Взвешенные метрики:** Различные параметры могут иметь различную важность для восприятия контраста. Взвешенные метрики позволяют учесть эти различия в геометрической модели.

**Нелинейные метрики:** Восприятие музыкальных различий часто нелинейно. Логарифмические и другие нелинейные трансформации могут лучше отражать реальные процессы восприятия контраста.

#### Типология геометрических моделей

Различные типы геометрических пространств предоставляют различные возможности для моделирования контраста.

**Линейные пространства:** Простейшие модели, где музыкальные параметры представлены в виде векторов в линейном пространстве. Контраст моделируется как расстояние или угол между векторами.

**Аффинные пространства:** Расширение линейных моделей, позволяющее моделировать параллельные переносы и другие аффинные преобразования.

**Проективные пространства:** Модели, где параллельные линии пересекаются в бесконечности, могут быть полезны для моделирования некоторых музыкальных отношений.

Неевклидовы геометрии: Гиперболическая и эллиптическая геометрии могут предоставить альтернативные модели для музыкальных пространств с особыми свойствами.

Векторные модели музыкального контраста

Основы векторного представления

Векторная алгебра предоставляет мощные инструменты для моделирования музыкальных контрастов.

Музыкальные векторы: Музыкальное событие (нота, аккорд, фраза) может быть представлено как вектор в многомерном пространстве параметров. Компоненты вектора соответствуют различным музыкальным характеристикам: высоте, длительности, динамике, тембру и т.д.

Операции с векторами: Сложение, вычитание, скалярное произведение и другие векторные операции получают музыкальную интерпретацию. Например, сложение векторов может моделировать наложение музыкальных событий, а вычитание - создание контраста.

Базисные векторы: Выбор базиса определяет систему координат в музыкальном пространстве. Различные базисы могут выделять различные аспекты музыкального контраста.

Измерение контраста через векторные операции

Векторная алгебра позволяет формализовать понятие контраста.

**\*\*Евклидова норма:\*\*** Длина разности векторов дает меру контраста между соответствующими музыкальными событиями:

$$\|v_1 - v_2\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v_{1i} - v_{2i})^2} \quad \|\mathbf{v}_1 - \mathbf{v}_2\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n (v_{1i} - v_{2i})^2}$$

Косинус угла: Угол между векторами характеризует их "сходство" или "различие":

$$\cos \theta = \frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_1\| \cdot \|\mathbf{v}_2\|} \quad \cos \theta = \frac{\mathbf{v}_1 \cdot \mathbf{v}_2}{\|\mathbf{v}_1\| \cdot \|\mathbf{v}_2\|}$$

Проекции: Проекция одного вектора на другой может показывать степень "общности" между музыкальными событиями.

Композиционные применения векторных моделей

Векторные модели могут быть непосредственно использованы в композиционной практике.

Генерация контрастов: Заданный вектор-тема может быть трансформирован для создания контрастных вариантов. Например, отражение относительно гиперплоскости может создать "противоположную" тему.

Интерполяция: Линейная интерполяция между двумя векторами создает плавный переход между контрастными состояниями:

$$\mathbf{v}(t) = (1-t)\mathbf{v}_1 + t\mathbf{v}_2, t \in [0,1] \quad \mathbf{v}(t) = (1-t)\mathbf{v}_1 + t\mathbf{v}_2, t \in [0,1]$$

Ортогональные разложения: Разложение музыкального материала по ортогональному базису может выделить независимые компоненты контраста.

Топологические модели контрастных отношений

Основы топологического подхода

Топология изучает свойства пространств, сохраняющиеся при непрерывных деформациях.

Непрерывность в музыке: Музыкальные параметры могут изменяться непрерывно (glissando, crescendo) или дискретно (смена нот, смена инструментов). Топологический подход позволяет моделировать оба типа изменений.

Связность: Топологическое понятие связности может моделировать единство музыкального произведения при наличии контрастов.

Компактность: Ограниченность музыкальных параметров (диапазон инструментов, человеческого восприятия) создает компактные топологические пространства.

Топологические инварианты музыкальных структур

Некоторые свойства музыкальных структур сохраняются при различных трансформациях.

Род поверхности: Сложность связей в музыкальной структуре может быть охарактеризована топологическим родом соответствующего пространства.

Эйлерова характеристика: Комбинаторная характеристика, связывающая количество вершин, ребер и граней в графе музыкальной структуры.

Гомологические группы: Алгебраические инварианты, характеризующие различные типы "дыр" в музыкальном пространстве.

Применение в анализе контрастных структур

Топологические методы предоставляют новые инструменты для анализа музыкальных произведений.

Деформационный анализ: Изучение того, как контрастные отношения изменяются при непрерывных деформациях музыкальной структуры.

Классификация по топологическому типу: Произведения могут быть классифицированы по топологическим свойствам их контрастных структур.

Инвариантный анализ: Выделение свойств, остающихся неизменными при различных трансформациях произведения.

Фрактальная геометрия контраста

Самоподобие в музыкальных структурах

Многие музыкальные произведения демонстрируют свойства самоподобия на различных масштабных уровнях.

Мультимасштабная организация: Контрастные отношения могут воспроизводиться на уровне мотивов, фраз, периодов и крупных разделов формы.

Фрактальная размерность: Сложность контрастной организации может быть охарактеризована фрактальной размерностью.

Самоаффинные структуры: Обобщение самоподобия для случаев, когда масштабирование различно по разным направлениям.

Алгоритмы генерации фрактальных контрастов

Фрактальные алгоритмы могут использоваться для создания сложных контрастных структур.

L-системы: Формальные грамматики для генерации самоподобных структур. Могут использоваться для создания иерархических контрастных организаций.

Системы итерированных функций (IFS): Множества функций, применяемых итеративно для создания фрактальных структур.

Странные аттракторы: Использование хаотических динамических систем для генерации сложных, но структурированных контрастных последовательностей.

Практическое применение фрактальных методов

Фрактальные принципы находят применение в различных аспектах композиции.

Иерархическое планирование: Создание произведений, где контрастные отношения воспроизводятся на всех структурных уровнях.

Генерация вариаций: Фрактальные алгоритмы могут создавать бесконечные серии взаимосвязанных вариаций темы.

Масштабная инвариантность: Создание произведений, воспринимающихся одинаково на различных временных масштабах.

Многомерное пространство контрастных параметров

Построение многомерных моделей

Реальный музыкальный контраст затрагивает множество параметров одновременно.

Выбор параметров: Определение набора независимых параметров, характеризующих музыкальные события. Может включать высоту, длительность, динамику, тембр, пространственное положение и др.

Нормализация: Приведение различных параметров к сопоставимым масштабам для корректного вычисления расстояний.

Редукция размерности: Использование методов главных компонент, многомерного шкалирования и других техник для снижения размерности пространства.

## Кластерный анализ контрастных групп

Многомерные данные позволяют выявить естественные группировки в музыкальном материале.

К-means кластеризация: Разделение музыкальных событий на заданное количество кластеров по принципу минимизации внутрикластерных расстояний.

Иерархическая кластеризация: Построение дендрограммы, показывающей иерархическую структуру сходства между музыкальными элементами.

Плотностная кластеризация: Выделение областей повышенной плотности в пространстве параметров.

## Визуализация многомерных контрастов

Геометрические модели позволяют визуализировать сложные контрастные отношения.

Проекция на плоскость: Отображение многомерных данных на двумерные диаграммы с помощью различных проекций.

Параллельные координаты: Представление многомерных точек в виде ломаных линий, соединяющих значения по различным осям.

3D-визуализация: Использование трехмерных моделей для отображения наиболее важных измерений контраста.

## Динамические геометрические модели

### Временная эволюция контрастов

Музыкальный контраст развивается во времени, что требует динамических моделей.

Траектории в пространстве параметров: Музыкальное произведение может быть представлено как траектория в многомерном пространстве параметров.

Фазовые портреты: Визуализация динамики контраста через фазовые диаграммы, показывающие состояние системы и скорость его изменения.

Аттракторы и репеллеры: Области в пространстве параметров, к которым тяготеет или от которых отталкивается развитие контраста.

## Моделирование переходных процессов

Особый интерес представляют процессы перехода между контрастными состояниями.

Седловые точки: Неустойчивые состояния равновесия, через которые происходят качественные изменения контраста.

Бифуркации: Точки, в которых характер развития контраста качественно изменяется.

Гистерезис: Зависимость состояния контраста от предыстории развития.

## Хаотические динамики контраста

Детерминированные хаотические системы могут моделировать сложное, непредсказуемое развитие контраста.

Чувствительность к начальным условиям: Малые различия в начальных параметрах приводят к радикально различному развитию контраста.

Странные аттракторы: Сложные геометрические структуры, к которым притягиваются хаотические траектории.

Фрактальная структура траекторий: Самоподобная организация хаотических траекторий на различных масштабах.

Алгоритмические методы генерации контраста

Генетические алгоритмы

Эволюционные принципы могут использоваться для создания контрастных структур.

Представление особей: Музыкальные фрагменты кодируются как "хромосомы" в генетическом алгоритме.

Функция приспособленности: Оценка качества контрастных отношений в музыкальном фрагменте.

Операторы мутации и скрещивания: Создание новых вариантов через комбинирование и модификацию существующих.

Селекция: Отбор наиболее "приспособленных" вариантов для дальнейшего развития.

Клеточные автоматы

Локальные правила взаимодействия могут создавать сложные глобальные контрастные паттерны.

Одномерные автоматы: Простые правила для генерации ритмических и мелодических контрастов.

Двумерные автоматы: Моделирование контраста в двух измерениях (например, время и высота).

Соседство: Определение того, какие элементы влияют друг на друга в процессе эволюции.

Правила обновления: Формулировка локальных правил, определяющих изменение состояния каждой ячейки.

Нейронные сети и глубокое обучение

Современные методы машинного обучения предоставляют новые возможности для моделирования контраста.

Автокодировщики: Сжатие и восстановление музыкальной информации позволяет выделить основные контрастные характеристики.

Генеративные состязательные сети (GAN): Создание новых контрастных структур через состязание генератора и дискриминатора.

Рекуррентные сети: Моделирование временного развития контрастных отношений.

Трансформеры: Использование механизмов внимания для создания сложных контрастных зависимостей.

Композиционная практика: от модели к произведению

Предкомпозиционное планирование

Геометрические модели могут использоваться на этапе планирования произведения.

Контрастная карта: Создание визуальной схемы контрастных отношений в планируемом произведении.

Параметрическое планирование: Определение траекторий развития различных музыкальных параметров.

Структурные ограничения: Использование геометрических ограничений для направления композиционного процесса.

Генерация материала: Применение геометрических алгоритмов для создания исходного тематического материала.

Процесс композиции

Геометрические принципы могут направлять процесс создания произведения.

Интерактивные системы: Программные среды, позволяющие композитору работать с геометрическими моделями в реальном времени.

Обратная связь: Анализ создаваемого материала с помощью геометрических моделей и коррекция композиционного процесса.

Многоуровневое планирование: Одновременная работа с контрастами на различных структурных уровнях.

Параметрическое управление: Использование геометрических параметров для управления музыкальными характеристиками.

Постобработка и анализ

После создания произведения геометрические модели могут использоваться для анализа и доработки.

Контрастный анализ: Проверка эффективности созданных контрастных отношений с помощью геометрических метрик.

Оптимизация: Внесение изменений для улучшения контрастного баланса произведения.

Валидация: Сравнение созданного произведения с моделями успешных образцов.

Вариантообразование: Создание альтернативных версий с различными контрастными характеристиками.

Программные средства и технологии

Специализированное программное обеспечение

Развитие компьютерных технологий создало мощные инструменты для работы с геометрическими моделями музыки.

OpenMusic: Визуальная среда для алгоритмической композиции с поддержкой геометрических операций.

Max/MSP: Графический язык программирования для создания интерактивных музыкальных систем.

Pure Data: Открытая платформа для создания музыкальных алгоритмов и интерактивных систем.

Supercollider: Язык программирования и среда для звукового синтеза и алгоритмической композиции.

Python музыкальные библиотеки: music21, librosa, madmom и другие библиотеки для анализа и генерации музыки.

Визуализационные инструменты

Эффективная визуализация критически важна для работы с геометрическими моделями.

Matplotlib/Plotly: Создание статических и интерактивных графиков для визуализации музыкальных данных.

3D-движки: Unity, Blender и другие инструменты для создания трехмерных визуализаций музыкальных структур.

Веб-технологии: D3.js, Three.js для создания интерактивных веб-приложений для работы с музыкальной геометрией.

Виртуальная реальность: Иммерсивные среды для работы с музыкальными пространствами.

Интеграция с DAW

Современные цифровые аудио рабочие станции начинают интегрировать геометрические подходы.

Plugin архитектура: Создание плагинов, реализующих геометрические алгоритмы контраста.

MIDI-управление: Использование MIDI-контроллеров для управления геометрическими параметрами.

Автоматизация: Применение геометрических функций для автоматизации музыкальных параметров.

Реальное время: Обработка и генерация контрастов в режиме реального времени.

Психоакустические аспекты

Восприятие геометрических контрастов

Эффективность геометрических моделей зависит от их соответствия особенностям человеческого восприятия.

Пороги различения: Минимальные различия в музыкальных параметрах, воспринимаемые как контраст.

Нелинейность восприятия: Логарифмический характер восприятия многих музыкальных параметров.

Маскировка: Влияние одних параметров на восприятие других в контрастных сочетаниях.

Категориальное восприятие: Дискретная природа восприятия некоторых непрерывных параметров.

Когнитивные модели контраста

Современная когнитивная наука предоставляет данные о том, как обрабатываются контрастные отношения в мозге.

Предсказательное кодирование: Мозг постоянно предсказывает развитие музыки, и контраст возникает при нарушении этих предсказаний.

Иерархическая обработка: Контрасты обрабатываются на различных уровнях нервной системы одновременно.

Пластичность: Способность мозга адаптироваться к новым типам контрастных отношений.

Эмоциональная реакция: Связь между геометрическими характеристиками контраста и эмоциональными реакциями.

Культурные аспекты

Восприятие контраста зависит от культурного контекста и музыкального опыта.

Культурная специфичность: Различные музыкальные культуры по-разному интерпретируют одни и те же контрастные отношения.

Обучение и опыт: Способность воспринимать сложные контрасты развивается с опытом.

Индивидуальные различия: Различия в восприятии контраста между отдельными слушателями.

Исторические изменения: Эволюция восприятия контраста в ходе исторического развития музыки.

Практические примеры и кейсы

Классический репертуар

Анализ произведений классической музыки с помощью геометрических моделей.

Бетховен, Симфония №5: Анализ мотивного развития как траектории в пространстве параметров.

Бах, Искусство фуги: Исследование контрапунктических отношений через геометрические преобразования.

Моцарт, Соната К.331: Изучение контрастов в сонатной форме через векторные модели.

Дебюсси, "Море": Анализ импрессионистических контрастов с помощью спектральных моделей.

Современная музыка

Применение геометрических моделей к анализу и созданию современных произведений.

Лигети, "Атмосферы": Моделирование микрополифонических контрастов через фрактальные структуры.

Ксенакис, "Метастазы": Использование геометрических алгоритмов композитором для создания контрастов.

Райх, "Music for 18 Musicians": Анализ фазовых процессов через динамические модели.

Гризи, "Дериф": Спектральные контрасты как геометрические трансформации.

Электронная музыка

Особенности применения геометрических моделей в электронной музыке.

Акустическая музыка: Пространственные контрасты в многоканальных композициях.

Алгоритмическая композиция: Прямое использование геометрических алгоритмов для генерации контрастов.

Интерактивные системы: Реального времени генерация контрастов на основе геометрических моделей.

Звуковые инсталляции: Применение геометрических принципов в пространственных звуковых произведениях.

Педагогические применения

Обучение анализу контрастов

Геометрические модели могут быть эффективным педагогическим инструментом.

Визуализация абстрактных понятий: Геометрические модели делают абстрактные музыкальные отношения более наглядными.

Интерактивные упражнения: Программные средства позволяют студентам экспериментировать с различными типами контрастов.

Систематический подход: Геометрические модели обеспечивают систематический подход к изучению контрастных отношений.

Междисциплинарные связи: Связь между музыкой, математикой и компьютерными науками.

### **Использованная литература**

1. К.Б.Холиков. Основные концепции, проблемы и методы как теории и гармония в деятельности учителя музыкальной культуры в школе. *Science and Education* 3 (1), 663-670
2. К.Б.Холиков. Музыкальная модель, эффективный численный ритм и программный комплекс для концентрации вокального пения. *Science and Education* 3 (1), 546-552
3. К.Б.Холиков. Характер музыки и результат смысловое содержание произведения. *Scientific progress* 2 (4), 563-569
4. К.Б.Холиков. Новые мышление инновационной деятельности по музыкальной культуры в вузах Узбекистана. *Science and Education* 4 (7), 121-129
5. К.Б.Холиков. Область применения фугированных форм. Тройные и четверные фуги. Фугетта и Фугато. *Scientific progress* 2 (1), 1052-1059
6. К.Б.Холиков. Музыка как важнейший фактор, распределительных отношений длительности звуков, системы аккордов в ладовом отношении и модель продукционных правил в системе образования. *Science and Education* 3 (1), 656-662
7. К.Б.Холиков. Развитие музыкального материала контрапунктических голосах произведения. *Science and Education* 3 (1), 553-558
8. К.Б.Холиков. Форма музыки, приводящие к структурной, драматургической и семантической многовариантности произведения. *Журнал Scientific progress* 2, 955-960
9. К.Б.Холиков. Краткая характеристика хорового коллектива. *Scientific progress* 2 (3), 710-714
10. К.Б.Холиков. Защитный уровень мозга при загрузке тренировочных занятиях и музыкального моделирование реальных произведениях. *Science and Education* 4 (7), 269-276
11. К.Б.Холиков. Манера педагогической работы с детьми одарёнными возможностями. *Science and Education* 4 (7), 378-383
12. К.Б.Холиков. Роль теоретичности и применения информационных систем в области теории, гармонии и полифонии музыки. *Scientific progress* 2 (3), 1044-1051
13. К.Б.Холиков. Образовательное учреждение высшего профессионального образования в музыкальной отрасли Узбекистана. *Scientific progress* 2 (6), 946-951
14. К.Б.Холиков. Задачи хора для вырождающегося нагруженного управления косвенного, противоположного и параллельно-двигающегося голоса. *Scientific progress* 2 (3), 690-696

15. К.Б.Холиков. Магнитные свойства тяготение к человеку многоголосного произведения музыке. Scientific progress 2 (3), 728-733
16. К.Б.Холиков. Дифференцированное обучение студентов на занятиях гармонии и анализа музыкальных произведений. Scientific progress 2 (3), 1038-1043
17. К.Б.Холиков. Звуковысотная организация и последовательность частей формы музыки. Scientific progress 2 (4), 557-562
18. К.Б.Холиков. Свободой выбора исполнительского состава в эпоху ренессанса. Scientific progress 2 (4), 440-445
19. К.Б.Холиков. Этапы формирования и перспективы развития инфраструктуры хорового коллектива. Scientific progress 2 (3), 1019-1024
20. К.Б.Холиков. Полуимпровизационные формы профессиональной музыки. Scientific progress 2 (4), 446-451
21. К.Б.Холиков. Область применения фугированных форм. Тройные и четверные фуги. Фугетта и Фугато. Scientific progress 2 (1), 1052-1059
22. К.Б.Холиков. Проблематика построения современных систем мониторинга объектов музыкантов в сфере фортепиано. Scientific progress 2 (3), 1013-1018
23. К.Б.Холиков. Содержание урока музыки в общеобразовательном школе. Scientific progress 2 (3), 1052-1059
24. К.Б.Холиков. Представление результатов измерений системы контроля параметров дыхания в вокальной пении. Scientific progress 2 (3), 1006-1012
25. К.Б.Холиков. Гармония к упражнению голоса их роль в регуляции мышечной деятельности при вокальной музыки. Scientific progress 2 (3), 705-709
26. К.Б.Холиков. Область применения двойные фуги. Scientific progress 2 (3), 686-689
27. К.Б.Холиков. Музыкально театральные драмы опера, оперетта. Science and Education 3 (2), 1240-1246
28. К.Б.Холиков. Фактуры, музыкальной формы, приводящие к структурной, драматургической и семантической многовариантности произведения. Scientific progress 1 (4), 955-960
29. К.Б.Холиков. Подбор состава хора и изучение музыкального материала в школьном возрасте 10-13 лет. Scientific progress 2 (3), 999-1005
30. К.Б.Холиков. О принципе аддитивности для построения музыкальных произведения. Science and Education 4 (7), 384-389