

Классификация некоторых видов неопределенностей и методы их разрешения

А.Ибрагимов

М.Мухамадиева

С.Тухтамурадov

Узбекско-Финляндский педагогический институт

Аннотация: В статье рассматриваются неопределенности, возникающие при вычислении пределов, и содержание правила Лопиталя, используемого для их решения. На примерах объясняются методы уточнения выражений. Рассматриваются применение, условия и ограничения правила.

Ключевые слова: Лопиталя, функций, предел и точке

Classification of some types of uncertainties and methods for their resolution

A.Ibragimov

M.Mukhamadiev

S.Tukhtamurodov

Uzbek-Finnish Pedagogical Institute

Abstract: The article considers uncertainties arising in the calculation of limits and the content of L'Hôpital's rule used to solve them. Examples explain the methods for refining expressions. The application, conditions and limitations of the rule are considered.

Keywords: L'Hôpital, functions, limit and point

Введение. Одним из эффективных методов решения неопределенностей с использованием правила Лопиталя является метод повторного (последовательного) применения. Суть этого метода заключается в том, что если при вычислении предела возникает неопределенность типа $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$, мы применяем правило Лопиталя, то есть находим производные числителя и знаменателя функции и вычисляем новый предел. Однако в некоторых случаях даже после того, как мы один раз взяли производную, возникает другая неопределенность. В такой ситуации правило применяется снова - то есть мы можем взять производную второй раз. Этот процесс продолжается до тех пор, пока

неопределенность не будет решена или предел не будет иметь определенное значение.

Правило Лопиталя: для функций $f(x)$ и $g(x)$, которые дифференцируемы около точки a , но не обязательно дифференцируемы в самой точке, в этой окрестности $g'(x) \neq 0$ и или $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0$ или Условия $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \lim_{x \rightarrow a} g(x) = \infty$

разумны, $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ Если предел существует, то можно применить правило

Лопиталя $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ также существует и равенство $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{f'(x)}{g'(x)}$ справедливо.

Вышеуказанное правило справедливо также для случая, когда a заменяется на ∞ . Правило Лопиталя используется для решения задач неопределенности вида

или. Если $\frac{f'(x)}{g'(x)}$ $x = a$ в точку $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$. Если неопределенность имеет вид $\frac{f(x)}{g(x)}$, то правило применяется к отношению $\frac{f'(x)}{g'(x)}$, и процесс продолжается до тех пор, пока неопределенность не будет разрешена.

Используя алгебраические подстановки, неопределенности вида $(0 \cdot \infty)$ или $\frac{0}{\infty}$ сводятся к одной из неопределенностей $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$, а затем неопределенности решаются путем применения правила Лопиталя.

Во-первых, путем логарифмирования неопределенности вида (1^∞) , (∞^0) , (0^0) сводятся к неопределенностям $\frac{0}{0}$ или $\frac{\infty}{\infty}$.

Примеры. Найдите пределы, используя правило Лопиталя:

$$1. \quad \lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^2 - x - 12}{\ln(x + 4)} = \frac{0}{0} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 - x - 12)'}{[\ln(x + 4)]'} = \lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x - 1}{\frac{1}{x + 4}} = -7$$

$$2. \quad \lim_{x \rightarrow 1} \left[(x - 1) \cdot \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2} \right] = (0 \cdot \infty) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x - 1)'}{(\operatorname{ctg} \frac{\pi x}{2})'} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2 \sin^2 \frac{\pi x}{2}}{-\pi} = -\frac{2}{\pi}$$

Заключение

Производные имеют большое значение в элементарной математике и являются важным инструментом для решения различных типов задач. В частности, производный подход дает эффективные результаты при анализе уравнений и неравенств, определении множеств их решений, упрощении выражений и доказательстве математических формул. При работе с

тригонометрическими, показательными и логарифмическими функциями свойства производной позволяют сформировать глубокое понимание их. Использование производной также играет важную роль при работе с параметрическими уравнениями и сложными выражениями. Таким образом, производная, как один из основных инструментов математического анализа, не только углубляет теоретические знания, но и открывает широкие возможности для эффективного решения практических задач.

Использованная литература

1. Азларов Т.С., Мансуров М.С. - Математический анализ. Часть I. - Т.: Фан, 1994. (Hosila, limit, uzluksizlik kabi asosiy tushunchalarni tushuntiruvchi fundamental darslik.)
2. Демидович Б.П. - Сборник задач и упражнений по математическому анализу. - М.: Наука, 1986. (Hosilalarga oid ko'plab misollar va mashqlar bilan boyitilgan mashhur qo'llanma.)
3. Кудрявцев Л.Д. - Курс математического анализа. Том I. - М.: Наука, 1985. (Nazariy asoslar chuqur yoritilgan, hosilalarning qo'llanilishi haqida keng ma'lumot berilgan.)
4. Марон А.Я. - Задачи по математическому анализу. - М.: Высшая школа, 1991. (Hosilalarni qo'llash orqali tengsizlik, tenglama va grafik tahlil masalalarini yechish bo'yicha ko'plab misollar keltirilgan.)